Exercices et problèmes

1. a. Déterminer les images respectives des points B et I par $t_{\overrightarrow{K}} \circ S_{(K}$.

b. Déterminer toutes les isométries qui transforment B en O et I en D.

2. Soit Δ la médiatrice du segment $[IC]$.

a. Construire le point E image de B par la symétrie orthogonale S_Δ.

b. Soit L le milieu du segment [CD]
Déterminer l'image de D par la symétrie centrale S_L.

c. En déduire la nature de $S_L \circ t_{\overrightarrow{K}} \circ S_{(K}$.

19 Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Déterminer les expressions analytiques, la nature et les éléments caractéristiques de f dans chacun des cas ci-dessous.

a. A(1, 2) et $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j}$ et $f = R_{(A,\frac{\pi}{3})} \circ t_{\vec{u}}$.

b. $D : 2x - 3y + 1 = 0$, $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$ et $f = t_{\vec{u}} \circ S_D$.

c. $D_1 : y - 1 = 0$, $D_2 : x - y - 1 = 0$ et $f = S_{D_1} \circ S_{D_2}$.

20 Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soit r l'application de $P \to P$ qui a tout point $M(x, y)$ associé $M'(x', y')$ tel que

$$\begin{cases} x' = 1 - y \\ y' = x \end{cases}.$$

1. Montrer que r est une rotation dont on précisera le centre A et une mesure de son angle.

2. Soit $f = r \circ S_{(O,\vec{j})}$. Montrer que f est une symétrie glissante que l'on caractérisera.

21 Soit l'équation

$$(E) : z^3 - (2 + 4i)z^2 - (9 - 10i)z + 18 + 6i = 0$$

1. a. Vérifier que 3 est une racine de (E).

b. En déduire les deux autres solutions z_1 et z_2 (z_1 étant la racine ayant la partie réelle positive).

1. Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, A, B et C sont trois points d'affixes respectives 3, z_1 et z_2.

a. Montrer que OABC est un parallélogramme.

b. Montrer qu'il existe un unique déplacement f et un unique antidéplacement g transformant O en B et A en C.

2. Identifier f.

3. Soit S la symétrie orthogonale d'axe (OA).

Montrer que $g = f \circ S$.

22 Soit A, B, C et A′ quatre points distincts d'un cercle Γ de centre O.

1. Faire une figure et placer les points B′ et C′ tels que les droites (AB′) et (A′B) soient respectivement parallèles aux droites (BC′) et (B′C).

2. On note Δ_1, Δ_2 et Δ_3 les médiatrices respectives des segments $[AB']$, $[CB']$ et $[CA']$. On désigne par S_1, S_2 et S_3 les symétries orthogonales d'axes respectifs Δ_1, Δ_2 et Δ_3.

a. Montrer que $f = S_3 \circ S_2 \circ S_1$ est une symétrie orthogonale.

b. Identifier $f \circ f$.

c. Montrer que $S_3(C') = A$ et en déduire que les droites (AC′) et (A′C) sont parallèles.

23 On considère un carré ABCD de centre I tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$.

A/ On désigne par J et K les milieux respectifs des segments $[AD]$ et $[CD]$, par C′ le symétrique du point C par rapport à D.

Soit R_D et R_B les rotations d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de centres respectifs D et B, S_I la symétrie centrale de centre I et S_K la symétrie centrale de centre K

1. Soit $f = R_D \circ S_I \circ R_B$.

a. Déterminer $f(B)$.

b. Montrer que f est une translation que l'on caractérisera.

2. On pose $g = f \circ S_{(IJ)}$.

a. Déterminer $g(C)$ et $g(D)$.

b. En déduire que g est une symétrie glissante et déterminer ses éléments caractéristiques.

3. a. Montrer que $S_{(AD)} \circ S_{(CD)} \circ S_{(IK)} \circ S_{(IJ)} = f$

b. En déduire que $S_K \circ S_{(IJ)} = S_{(AD)} \circ f$

c. Montrer que $S_{(AD)} \circ f$ est une symétrie glissante et déterminer ses éléments caractéristiques.

B/ Soit Ω le point d'intersection des bissectrices intérieures du triangle ABD.

Oarray.tn-Aqra Blech-Oarray.tn